L'équation produit nul

Fiche de révision CRPE · 8 min de lecture · Programme de mathématiques du cycle 4 (BO n° 10 du 5 mars 2026), « Nombres et calculs », « Calcul littéral et algébrique » : troisième (objectifs d'apprentissage : résoudre une équation produit nul)

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : la propriété qui permet de résoudre $(x - 3)(2x + 5) = 0$, et d'autres équations après factorisation.

Ce que le jury attend

La partie mathématiques de la première épreuve écrite comprend « plusieurs exercices ou problèmes » et évalue la connaissance des notions du programme, leur mobilisation et l'expression écrite (arrêté du 17 avril 2025, art. 18, A, 1°). Aucun rapport de jury n'est versé pour cette notion : la fiche s'organise autour de quatre gestes (choix de rédaction du hub, non une exigence publiée) : énoncer la propriété utilisée, vérifier qu'elle s'applique (second membre égal à 0), factoriser quand il le faut, donner **toutes** les solutions et vérifier le résultat.

Ce que dit le programme

En troisième, parmi les objectifs du calcul littéral et algébrique, le programme demande de « résoudre une équation produit nul » et de manipuler les trois identités remarquables pour développer et factoriser (« Calcul littéral et algébrique », troisième). La factorisation d'une expression simple fait partie des automatismes. Le programme de seconde réinvestit ces acquis avec les équations du type $x^2 = a$.

La propriété du produit nul

> **DÉFINITION**
>
> **Propriété du produit nul.** Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul. Autrement dit, $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.

La phrase « si et seulement si » regroupe deux sens. Si l'un des facteurs est nul, le produit est nul ; et si le produit est nul, l'un des facteurs au moins l'est. Le « ou » est inclusif : les deux facteurs peuvent être nuls à la fois.

Pour une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$, on obtient deux équations du premier degré, à résoudre séparément.

Exemple original

Résoudre $(x - 3)(2x + 5) = 0$. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

- $x - 3 = 0$ donne $x = 3$.
- $2x + 5 = 0$ donne $2x = -5$, donc $x = -5/2 = -2{,}5$.

L'équation a deux solutions : 3 et $-2{,}5$. Vérification pour $-2{,}5$: $-2{,}5 - 3 = -5{,}5$ et $2 \times (-2{,}5) + 5 = 0$; le produit vaut bien 0.

> **ERREUR FRÉQUENTE**
>
> **Erreur fréquente.** Appliquer la propriété à un produit qui n'est **pas égal à 0**. De $(x - 3)(x + 2) = 6$, on ne peut pas conclure $x - 3 = 6$ ou $x + 2 = 6$. Un produit peut valoir 6 de mille façons (2×3, 1×6, $-1 \times (-6)$, etc.) : seule la valeur 0 caractérise un facteur nul.

Factoriser avant de résoudre

L'équation n'est pas toujours donnée sous forme d'un produit. On la ramène alors à un produit égal à 0 en trois étapes.

> **MÉTHODE**
>
> 1. Tout mettre dans le premier membre, de façon que le second soit 0.
> 2. Factoriser le premier membre (facteur commun, identité remarquable).
> 3. Appliquer la propriété du produit nul, résoudre chaque équation, vérifier.

Exemple original : facteur commun

Résoudre $x^2 - 5x = 0$. On factorise : $x^2 - 5x = x(x - 5)$. L'équation devient $x(x - 5) = 0$, donc $x = 0$ ou $x - 5 = 0$. Les solutions sont 0 et 5.

Exemple original : développer puis factoriser

Résoudre $(x - 3)(x + 2) = 6$. On développe : $x^2 + 2x - 3x - 6 = x^2 - x - 6$, donc l'équation s'écrit $x^2 - x - 6 = 6$, soit $x^2 - x - 12 = 0$. On factorise $x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3)$: le développement de $(x - 4)(x + 3)$ donne $x^2 + 3x - 4x - 12 = x^2 - x - 12$. Les solutions sont 4 et -3. Vérification pour 4 : $(4 - 3)(4 + 2) = 1 \times 6 = 6$. Pour -3 : $(-3 - 3)(-3 + 2) = (-6) \times (-1) = 6$.

Exemple original : un facteur commun qui n'est pas un nombre

Résoudre $(x + 2)(x - 1) = (x + 2)(3x + 4)$. On ramène tout à gauche : $(x + 2)(x - 1) - (x + 2)(3x + 4) = 0$. On factorise par $(x + 2)$: $(x + 2)[(x - 1) - (3x + 4)] = (x + 2)(-2x - 5) = 0$. Les solutions sont $x = -2$ et $x = -5/2$.

EXEMPLE

Si on divisait les deux membres par $(x + 2)$, on perdrait la solution -2 : on ne simplifie jamais par une expression qui peut s'annuler. La factorisation évite cette perte.

Les équations du type $x^2 = a$

L'équation $x^2 = a$ se ramène à un produit nul quand a est le carré d'un nombre :

DÉFINITION

Pour un nombre a donné :

- si a est strictement positif, $x^2 = a$ a deux solutions, $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$;
- si $a = 0$, $x^2 = 0$ a une seule solution, 0 ;
- si a est strictement négatif, $x^2 = a$ n'a aucune solution, car un carré n'est jamais négatif.

Exemple original

Résoudre $x^2 - 16 = 0$. On reconnaît $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, l'une des trois identités remarquables du programme : $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$. L'équation $(x - 4)(x + 4) = 0$ donne $x = 4$ ou $x = -4$.

Résoudre $(x - 2)^2 = 9$. On ramène à gauche : $(x - 2)^2 - 9 = 0$, puis $(x - 2 - 3)(x - 2 + 3) = 0$, soit $(x - 5)(x + 1) = 0$. Les solutions sont 5 et -1.

EXEMPLE

L'équation $x^2 = 7$ n'est pas le carré d'un nombre simple : ses solutions sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$, soit environ 2,65 et $-2{,}65$ (au centième près). L'équation $x^2 = -9$ n'a aucune solution.

Rédaction

MÉTHODE

« L'équation est équivalente à $x^2 - 5x = 0$, soit $x(x - 5) = 0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul : $x = 0$ ou $x - 5 = 0$. Les solutions sont 0 et 5. »

La phrase de conclusion dit combien de solutions il y a et les donne toutes. Avec un énoncé qui demande de « vérifier », on remplace l'inconnue par chaque solution dans l'équation de départ.

Erreurs fréquentes

- **Appliquer la propriété quand le second membre n'est pas 0** (voir l'encadré ci-dessus).

- **Oublier une des deux solutions**, notamment en simplifiant par un facteur commun ou en ne donnant que la racine positive de $x^2 = a$.
- **Se tromper de signe** : $x + 4 = 0$ donne $x = -4$, non $x = 4$.
- **Ne pas factoriser complètement** : $x^2 - 5x = 0$ se factorise par x, et non par « $x - 5$ ».
- **Croire que $x^2 = a$ n'a qu'une solution** : si $a > 0$, il y en a deux, opposées.

Pour aller plus loin

Le développement et la factorisation sont indispensables pour se ramener à un produit nul ; la résolution de chaque facteur reprend les équations du premier degré.

> **À RETENIR**
>
> - Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul : $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.
> - La propriété ne s'applique que si le second membre est **0**.
> - On ramène tout dans un membre, on factorise, puis on résout chaque facteur et on vérifie.
> - On ne simplifie pas par un facteur qui peut s'annuler.
> - $x^2 = a$: deux solutions si $a > 0$, une si $a = 0$, aucune si $a < 0$.

Sources

1. Programme de mathématiques du cycle 4 (annexe 2 de l'arrêté du 18 février 2026, BO n° 10 du 5 mars 2026), « Nombres et calculs », « Calcul littéral et algébrique », troisième, objectifs d'apprentissage : « Résoudre une équation produit nul » ; « Développer et factoriser une expression simple » (automatismes) ; manipuler les trois identités remarquables pour développer et factoriser, consulté le 05/11/2026
2. Programme de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique (arrêté du 26 février 2026, NOR MENE2602914A, BO n° 14 de 2026), Automatismes, calcul algébrique : factorisation de $ax^2 + bx$ et de $ax + bx$; résoudre une équation du type $x^2 = a$ (acquis du cycle 4 réinvestis), consulté le 05/11/2026
3. Arrêté du 17 avril 2025 fixant les modalités d'organisation des concours de recrutement de professeurs des écoles (NOR MENH2511180A), art. 18, A, 1° (partie mathématiques de la première épreuve d'admissibilité : « plusieurs exercices ou problèmes »), consulté le 05/11/2026

Rédigée le 05/11/2026, vérifiée par un second relecteur le 05/11/2026.

travail-industrie.com · CRPE · document de révision indépendant, sans lien avec l'Éducation nationale ; il ne remplace pas les textes de référence.
Fiche en ligne : https://travail-industrie.com/concours/crpe/mathematiques/equation-produit-nul · Quiz de la notion : https://travail-industrie.com/nos-formations-en-ligne/quizz/crpe-mathematiques-equation-produit-nul
Généré le 09/11/2026.