Fractions : produit, inverse, quotient, fraction d'une quantité

Fiche de révision CRPE · 8 min de lecture · Programme de mathématiques du cycle 4 (BO n° 10 du 5 mars 2026), « Nombres et calculs », « Nombres rationnels » : quatrième (produit, fraction d'une fraction ou d'une quantité, inverse, division, problèmes) et troisième (additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions ; forme irréductible)

Multiplier deux fractions, prendre la fraction d'une quantité, diviser en multipliant par l'inverse : les règles du cycle 4 à savoir appliquer et justifier à l'écrit.

Ce que le jury attend

La partie mathématiques de la première épreuve écrite comprend « plusieurs exercices ou problèmes » : l'épreuve permet d'apprécier la connaissance des notions du programme et l'aptitude à les mobiliser, et sollicite les capacités de raisonnement et d'expression écrite du candidat (arrêté du 17 avril 2025, art. 18, A, 1°). Le programme de quatrième demande de calculer le produit de nombres rationnels, de déterminer l'inverse d'une fraction, de diviser des fractions et de résoudre des problèmes mobilisant ces opérations : la fiche couvre ces attendus.

Ce que dit le programme

Le programme du cycle 4 indique que les opérations sur les fractions sont étendues à la multiplication et à la division (introduction de « Nombres et calculs »). En quatrième, il demande de calculer le produit de nombres rationnels, de calculer et de représenter la fraction d'une fraction, d'un nombre, d'une quantité, de définir l'inverse d'un nombre et de connaître sa notation, de déterminer l'inverse d'une fraction, de diviser des fractions, de calculer la valeur d'expressions comportant plusieurs opérations avec des fractions et de résoudre des problèmes (quatrième, « Nombres rationnels », objectifs d'apprentissage). En troisième, l'objectif est de savoir additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions, puis de mettre une fraction sous forme irréductible (troisième, « Nombres rationnels »).

> ***TEXTE DE RÉFÉRENCE***
>
> *« Savoir que prendre la fraction d'un nombre revient à multiplier la fraction par ce nombre. » (programme du cycle 4, quatrième, « Nombres rationnels », automatismes)*

L'addition et la soustraction sont traitées dans la fiche fractions : comparer, additionner.

Multiplier deux fractions

DÉFINITION

Produit de deux fractions. Pour a, b, c, d entiers avec b et d non nuls : a/b × c/d = (a × c)/(b × d). On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Aucun dénominateur commun n'est nécessaire, contrairement à l'addition. Pour lire cette règle comme une fraction d'une fraction : les 2/5 de 3/4 d'une tablette de chocolat, c'est partager la tablette en 4 parts, en prendre 3, puis partager ces 3 parts en 5 pour en garder 2. On obtient 2 × 3 = 6 parts sur 4 × 5 = 20 parts de même taille, soit 6/20 = 3/10.

EXEMPLE

Calculer 2/3 × 5/7. (2 × 5)/(3 × 7) = **10/21**.

Calculer 3/4 × 8/9. (3 × 8)/(4 × 9) = 24/36 = **2/3**. On peut aussi simplifier avant de multiplier : 3 et 9 sont divisibles par 3, 8 et 4 par 4, donc 3/4 × 8/9 = (1 × 2)/(1 × 3) = 2/3.

Calculer 5 × 3/8. Un entier s'écrit comme une fraction de dénominateur 1 : 5 × 3/8 = 15/8 = **1 + 7/8**.

Simplifier avant de multiplier garde les nombres petits et limite les erreurs. On barre un facteur du numérateur et un facteur du dénominateur qui ont un diviseur commun, ce que permet la forme irréductible vue en troisième (programme du cycle 4, troisième, « Nombres rationnels »).

ERREUR FRÉQUENTE

Erreur fréquente. Chercher un dénominateur commun avant de multiplier, ou, à l'inverse, multiplier seulement les numérateurs en gardant le dénominateur pour une addition. On garde le dénominateur commun pour additionner ; pour multiplier, les deux dénominateurs se multiplient.

Fraction d'une quantité

Prendre la fraction d'un nombre revient à multiplier la fraction par ce nombre (programme du cycle 4, quatrième, « Nombres rationnels », automatismes). Le mot « de » se traduit par un signe ×.

EXEMPLE

Les 3/4 de 20. 3/4 × 20 = (3 × 20)/4 = 60/4 = **15**. On peut aussi diviser d'abord par 4 puis multiplier par 3 : (20 ÷ 4) × 3 = 15.

Les 2/5 de 3/4 d'une somme de 80 €. Les 3/4 de 80 € font 60 €, puis les 2/5 de 60 € font 24 €. Avec un seul calcul : 2/5 × 3/4 = 6/20 = 3/10, et 3/10 de 80 € = **24 €**.

Quand on connaît la part et qu'on cherche le tout, on divise par la fraction : si les 3/4 d'un ruban mesurent 36 cm, le ruban entier mesure 36 ÷ 3/4 = 36 × 4/3 = 48 cm.

L'inverse d'un nombre

> **DÉFINITION**
>
> **Inverse.** L'inverse d'un nombre non nul a est le nombre qui, multiplié par a, donne 1. On le note 1/a. L'inverse de la fraction a/b (avec a et b non nuls) est la fraction b/a.

Vérification : 3/7 × 7/3 = 21/21 = 1. L'inverse de 3/7 est donc 7/3.

- L'inverse de 5 est 1/5, car 5 × 1/5 = 1.
- L'inverse de 1/4 est 4.
- L'inverse de −2/5 est −5/2 : le signe est conservé.
- **0 n'a pas d'inverse** : aucun nombre multiplié par 0 ne donne 1.

L'inverse d'un nombre a est aussi noté a^{-1} : c'est la définition des puissances d'exposant négatif, vue en troisième. La fiche les puissances y revient.

Diviser par une fraction

> **MÉTHODE**
>
> **Diviser par une fraction non nulle, c'est multiplier par son inverse.** a/b ÷ c/d = a/b × d/c, avec a, b, c, d entiers non nuls.

La règle est justifiée par la définition du quotient : le quotient x ÷ y est le nombre qui, multiplié par y, redonne x. Or (x × 1/y) × y = x. Diviser par y équivaut donc à multiplier par l'inverse de y.

> **EXEMPLE**
>
> **Calculer 3/5 ÷ 2/7.** 3/5 × 7/2 = **21/10**.
>
> **Calculer 4 ÷ 2/3.** 4 × 3/2 = 12/2 = **6**. On vérifie : 2/3 × 6 = 4, et il y a bien 6 fois 2/3 dans 4.
>
> **Calculer (2/3)/(4/9).** 2/3 × 9/4 = 18/12 = **3/2**.
>
> **Calculer 5/6 ÷ 10.** 5/6 × 1/10 = 5/60 = **1/12**.

ERREUR FRÉQUENTE

Erreur fréquente. Inverser la mauvaise fraction : dans 3/5 ÷ 2/7, c'est le diviseur 2/7 qu'on inverse, pas 3/5. Autre erreur : croire qu'une division diminue toujours le résultat. Ici, 4 ÷ 2/3 = 6 est plus grand que 4, et 1/2 × 1/3 = 1/6 est plus petit que 1/3 : multiplier par un nombre inférieur à 1 diminue, diviser par un nombre inférieur à 1 augmente.

Expressions à plusieurs opérations

Le programme demande de calculer des expressions comportant plusieurs opérations avec des fractions (quatrième, « Nombres rationnels »). On applique les priorités habituelles : parenthèses d'abord, puis multiplications et divisions de gauche à droite, puis additions et soustractions. La fiche opérations et priorités détaille ces règles.

EXEMPLE

Calculer A = 1/2 + 2/3 × 3/4. La multiplication passe avant l'addition : 2/3 × 3/4 = 6/12 = 1/2. Donc A = 1/2 + 1/2 = **1**.

Calculer B = (1/2 + 1/3) ÷ 5/12. Dans la parenthèse : 1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6. Puis B = 5/6 ÷ 5/12 = 5/6 × 12/5 = 60/30 = **2**.

Rédaction conseillée : écrire chaque étape, simplifier le résultat final en une fraction irréductible et conclure par une phrase quand il s'agit d'un problème.

Un exemple de problème

Un réservoir contient 240 L d'eau. Le lundi, on en utilise les 3/8. Le mardi, on utilise les 2/5 de ce qui reste. Quel volume reste-t-il, et quelle fraction du volume initial cela représente-t-il ?

MÉTHODE

1. Fraction restante le lundi : 1 − 3/8 = 5/8 du réservoir, soit 5/8 × 240 = 150 L.
2. Utilisation du mardi : 2/5 × 150 = 60 L.
3. Volume restant : 150 − 60 = 90 L.
4. Contrôle par les fractions : il reste 3/5 de 5/8 du réservoir, soit 3/5 × 5/8 = 15/40 = 3/8, et 3/8 × 240 = 90 L.
5. Conclusion : il reste **90 L**, soit **3/8** du volume initial.

Erreurs fréquentes

- Mettre au même dénominateur pour multiplier, ce qui n'est pas nécessaire.
- Inverser la mauvaise fraction dans une division, ou ne pas inverser du tout.
- Oublier qu'un entier s'écrit sous forme fractionnaire (5 = 5/1) pour appliquer la règle.
- Appliquer la fraction au mauvais total, par exemple prendre les 2/5 de 240 L au lieu des 2/5 du reste.
- Ne pas simplifier le résultat final.

Pour aller plus loin

La fraction d'une quantité est un cas de proportionnalité : voir la fiche proportionnalité. Les exercices corrigés de cette notion sont rassemblés dans la page d'exercices.

> **À RETENIR**
>
> - Produit : on multiplie numérateurs et dénominateurs ; aucun dénominateur commun n'est nécessaire.
> - Fraction d'une quantité : on multiplie la fraction par la quantité (« de » signifie ×).
> - L'inverse de a/b est b/a ; 0 n'a pas d'inverse.
> - Diviser par une fraction non nulle, c'est multiplier par son inverse.
> - On simplifie, de préférence avant de multiplier, puis on conclut avec l'unité.

Sources

1. Programme de mathématiques du cycle 4 (annexe 2 de l'arrêté du 18 février 2026, BO n° 10 du 5 mars 2026), « Nombres et calculs », introduction (opérations sur les fractions étendues à la multiplication et à la division) ; quatrième, « Nombres rationnels » (automatismes et objectifs d'apprentissage) ; troisième, « Nombres rationnels » (automatismes et objectifs d'apprentissage), consulté le 05/11/2026

Rédigée le 05/11/2026, vérifiée par un second relecteur le 05/11/2026.

travail-industrie.com · CRPE · document de révision indépendant, sans lien avec l'Éducation nationale ; il ne remplace pas les textes de référence.
Fiche en ligne : https://travail-industrie.com/concours/crpe/mathematiques/fractions-multiplier-diviser · Quiz de la notion : https://travail-industrie.com/nos-formations-en-ligne/quizz/crpe-mathematiques-fractions-multiplier-diviser
Généré le 09/11/2026.