Multiples, diviseurs et divisibilité

Fiche de révision CRPE · 8 min de lecture · Programme de mathématiques du cycle 4 (BO n° 10 du 5 mars 2026), « Nombres et calculs », « Opérations » (cinquième) et « Multiples et diviseurs » (troisième) ; ancien programme (BOEN n° 31 du 30 juillet 2020) pour les passages signalés

Reconnaître un multiple ou un diviseur, appliquer les critères de divisibilité, décomposer un entier en produit de facteurs et rendre une fraction irréductible : des outils que l'écrit mobilise dans de nombreux problèmes.

Ce que le jury attend

La partie mathématiques de la première épreuve écrite comprend « plusieurs exercices ou problèmes » et évalue la capacité à mobiliser les notions du programme (arrêté du 17 avril 2025, art. 18, A, 1°). La divisibilité sert dans de nombreux exercices : simplifier une fraction, trouver un dénominateur commun, résoudre un problème de rythmes ou de regroupements. Le candidat doit reconnaître un multiple ou un diviseur, appliquer les critères sans poser la division, et justifier ses calculs.

Ce que dit le programme

Au cinquième, le programme demande d'« utiliser les notions de multiples et diviseurs » et de « connaître les critères de divisibilité par 3 et par 9 », après avoir mobilisé ceux par 2, 5 et 10 vus au cours moyen (programme du cycle 4, cinquième, « Opérations »). La notion de nombre premier n'apparaît qu'en prolongement, avec le crible d'Ératosthène (même passage).

Au troisième, le programme demande de « mettre une fraction sous forme irréductible » et d'appliquer les critères de divisibilité par 2, 3, 5 et 9. L'automatisme « factoriser un nombre entier positif » est illustré par l'égalité $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ (programme du cycle 4, troisième, « Multiples et diviseurs » et « Nombres rationnels »).

⚠ *ancien programme* : l'ancien programme du cycle 4 demandait de déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 et de décomposer un entier en produit de facteurs premiers à la main ou à l'aide d'un logiciel (BOEN n° 31 du 30 juillet 2020, p. 132). Ces compétences ne figurent plus comme telles dans le programme actuel : elles sont signalées comme ancien programme dans cette fiche.

Multiples et diviseurs

DÉFINITION

Multiple, diviseur. Un entier a est un **multiple** de l'entier b s'il existe un entier k tel que a = b × k. On dit alors que b est un **diviseur** de a.

EXEMPLE

36 = 9 × 4 : 36 est un multiple de 9 et de 4, et 9 et 4 sont des diviseurs de 36. Les diviseurs de 36 sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36. On peut vérifier qu'un nombre n'est pas un diviseur : 36 ÷ 5 = 7 reste 1, donc 5 ne divise pas 36.

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre, on les cherche par paires : si 2 divise 36, alors 36 ÷ 2 = 18 est aussi un diviseur. On s'arrête lorsque les quotients se répètent.

Les critères de divisibilité

Un critère permet de répondre sans poser la division. Le programme demande de les connaître et de les appliquer (programme du cycle 4, cinquième et troisième).

À RETENIR

- **Par 2** : le chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6, 8).
- **Par 5** : le chiffre des unités est 0 ou 5.
- **Par 10** : le chiffre des unités est 0.
- **Par 3** : la somme des chiffres est un multiple de 3.
- **Par 9** : la somme des chiffres est un multiple de 9.

EXEMPLE

1 728 : la somme de ses chiffres est 1 + 7 + 2 + 8 = 18, multiple de 9 et de 3. Donc 1 728 est divisible par 9 et par 3. Vérification : 1 728 = 9 × 192.

3 417 : la somme des chiffres est 3 + 4 + 1 + 7 = 15. Le nombre est divisible par 3 (3 417 = 3 × 1 139), mais pas par 9, puisque 15 n'est pas un multiple de 9.

ERREUR FRÉQUENTE

Erreur fréquente. Appliquer le critère de divisibilité par 9 au chiffre des unités, ou conclure qu'un nombre est divisible par 9 parce qu'il est divisible par 3. Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3, mais la réciproque est fausse.

Nombres premiers et décomposition en facteurs

Un nombre premier est un entier qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Les dix premiers nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29. Le programme actuel ne demande pas de les déterminer : la notion est proposée comme prolongement, avec le crible d'Ératosthène (programme du cycle 4, cinquième).

⚠ *ancien programme* : l'ancien programme demandait de déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 et de les utiliser pour décomposer un entier.

Décomposer un entier en produit de facteurs premiers consiste à l'écrire sous forme de produit de nombres premiers. Le programme actuel donne l'exemple de $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ (programme du cycle 4, troisième).

MÉTHODE

Pour décomposer 84 :

1. Diviser par le plus petit nombre premier possible : $84 = 2 \times 42$.
2. Recommencer avec le quotient : $42 = 2 \times 21$.
3. 21 n'est pas divisible par 2 ; essayer 3 : $21 = 3 \times 7$, et 7 est premier.
4. Conclure : $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$, soit $2^2 \times 3 \times 7$.

Simplifier une fraction

Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas d'autre diviseur commun que 1. Pour la rendre irréductible, on divise les deux termes par leur plus grand diviseur commun. Le programme demande de mettre une fraction sous forme irréductible (programme du cycle 4, troisième, « Nombres rationnels »).

EXEMPLE

Simplifier 15/35 : les diviseurs communs de 15 et 35 sont 1, 5 ; le plus grand est 5. On écrit $15/35 = (3 \times 5)/(7 \times 5) = \mathbf{3/7}$.

Simplifier 84/126 : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Le plus grand diviseur commun est $2 \times 3 \times 7 = 42$. On obtient $84/126 = \mathbf{2/3}$.

Une simplification peut se faire en plusieurs étapes, par exemple $36/48 = 18/24 = 3/4$, mais la forme irréductible est obtenue lorsque plus aucun diviseur commun ne subsiste.

ERREUR FRÉQUENTE

Erreur fréquente. Diviser seulement le numérateur, ou seulement le dénominateur, par un même nombre. La valeur de la fraction change alors : 15/35 n'est pas égal à 3/35.

Problèmes de multiples

Le programme indique que les multiples et les diviseurs sont utilisés dans la résolution de problèmes (programme du cycle 4, introduction de « Nombres et calculs »). Une méthode fiable consiste à lister les multiples de chaque nombre, puis à repérer le premier multiple commun.

> **EXEMPLE**
>
> Deux feux clignotent : le premier toutes les 12 secondes, le second toutes les 18 secondes. Ils clignotent ensemble au départ. Les multiples de 12 sont 12, 24, 36, 48… ; les multiples de 18 sont 18, 36, 54… Le premier instant commun après le départ est **36 secondes**. Les deux feux clignotent de nouveau ensemble à 72 secondes, puis à 108 secondes, et ainsi de suite.

La réponse doit être rédigée avec son unité et une phrase de conclusion : « les deux feux clignotent de nouveau ensemble au bout de 36 secondes ».

> **MÉTHODE**
>
> 1. Repérer les nombres en jeu et ce que l'on cherche : un multiple commun, un diviseur commun, une fraction irréductible.
> 2. Choisir l'outil : liste de multiples, critère de divisibilité, décomposition en facteurs.
> 3. Vérifier le résultat sur le contexte de l'énoncé.
> 4. Rédiger la réponse avec les unités et la phrase de conclusion.

Erreurs fréquentes

- Confondre multiple et diviseur : 6 est un diviseur de 24, et 24 est un multiple de 6.
- Oublier le 1 et le nombre lui-même dans la liste des diviseurs.
- Confondre 0 avec un diviseur : 0 est un multiple de tout entier, mais il ne divise aucun entier non nul.

Pour aller plus loin

Les multiples et diviseurs servent à simplifier et à comparer des fractions : voir la fiche fractions, comparer et additionner. Les règles de calcul utilisées dans les décompositions sont celles de la fiche opérations et priorités. La division euclidienne, qui donne le quotient et le reste, y est présentée.

À RETENIR

- Un multiple de b est un nombre a = b × k, où k est un entier.
- Critères : 2 et 5 et 10 regardent le chiffre des unités ; 3 et 9 regardent la somme des chiffres.
- Décomposer en facteurs : diviser par des nombres premiers jusqu'à obtenir 1.
- Fraction irréductible : diviser numérateur et dénominateur par leur plus grand diviseur commun.
- Erreur à éviter : diviser seulement une partie de la fraction.

Sources

1. Programme de mathématiques du cycle 4 (annexe 2 de l'arrêté du 18 février 2026, BO n° 10 du 5 mars 2026), « Nombres et calculs », cinquième, « Opérations » (automatismes, objectifs, prolongements) ; troisième, « Multiples et diviseurs » et « Nombres rationnels » (automatismes et objectifs), consulté le 03/11/2026
2. Programme du cycle 4 (BOEN n° 31 du 30 juillet 2020, version Eduscol consolidée), Thème A, « Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers » (connaissances et compétences associées), p. 132 de la version consolidée, consulté le 03/11/2026

Rédigée le 03/11/2026, vérifiée par un second relecteur le 03/11/2026.
