Effectifs cumulés, quartiles et boîtes à moustaches

Fiche de révision CRPE · 9 min de lecture · Programme de mathématiques du cycle 4 (BO n° 10 du 5 mars 2026), « Organisation et gestion de données et probabilités », « Statistiques » : troisième (objectifs d'apprentissage)

Effectifs cumulés, médiane, premier et troisième quartiles, puis boîte à moustaches : calculer les valeurs de position d'une série en tableau et savoir les interpréter à l'écrit.

Ce que le jury attend

La partie mathématiques de la première épreuve écrite comprend « plusieurs exercices ou problèmes » et évalue la connaissance des notions du programme, leur mobilisation et l'expression écrite (arrêté du 17 avril 2025, art. 18, A, 1°). Aucun rapport de jury n'est versé pour cette notion : la fiche s'organise autour de quatre gestes (choix de rédaction du hub, non une exigence publiée) : calculer les effectifs cumulés, localiser les rangs, nommer la valeur trouvée et expliquer par une phrase ce qu'elle signifie pour la série.

Ce que dit le programme

En troisième, le programme demande de calculer des effectifs cumulés croissants, de donner les quartiles et la médiane d'une série présentée en tableau d'effectifs ou en diagramme en barres, de construire et d'utiliser des boîtes à moustaches « pour représenter les valeurs de position d'une série statistique », et de comprendre et interpréter des données statistiques (« Statistiques », troisième). La moyenne, la médiane d'une série de petit effectif et l'étendue sont des automatismes de la même classe ; la médiane se travaille dès la quatrième.

Le programme ne donne pas de définition précise des quartiles. La convention ci-dessous est un **choix du hub** (aucun texte versé ne la fixe) : elle est rappelée ici parce que **le résultat en dépend**, surtout quand N n'est pas un multiple de 4. Quand un énoncé impose une autre méthode, c'est elle qui prévaut. Les tableurs et les calculatrices peuvent d'ailleurs appliquer d'autres conventions (par exemple une interpolation entre deux valeurs) et donner d'autres valeurs.

Effectifs cumulés croissants

> **DÉFINITION**
>
> L'**effectif cumulé croissant** d'une valeur est la somme des effectifs de cette valeur et de toutes les valeurs plus petites. L'effectif cumulé de la plus grande valeur est l'effectif total N.

EXEMPLE

Notes (sur 20) de 27 élèves à un exercice :

Note	6	8	10	12	14	16
Effectif	2	3	6	8	5	3
Effectif cumulé croissant	2	5	11	19	24	27

Lecture : 11 élèves ont obtenu une note inférieure ou égale à 10. Le dernier effectif cumulé (27) est bien l'effectif total.

Médiane, premiers et troisièmes quartiles

La médiane partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif (voir la fiche sur les statistiques : moyenne, médiane, étendue). Les quartiles complètent l'information : ils donnent des repères pour le quart inférieur et le quart supérieur de la série.

DÉFINITION

La série est rangée dans l'ordre croissant, N est l'effectif total.

- La **médiane** est la valeur du milieu si N est impair ; si N est pair, c'est la moyenne des deux valeurs du milieu.
- Le **premier quartile Q1** est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des valeurs lui soient inférieures ou égales : c'est la valeur de rang N/4, arrondi à l'entier supérieur si ce n'est pas un entier.
- Le **troisième quartile Q3** est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des valeurs lui soient inférieures ou égales : c'est la valeur de rang 3N/4, arrondi à l'entier supérieur si ce n'est pas un entier.

Exemple original : une série en tableau

Reprenons les 27 notes ci-dessus.

- Médiane : N = 27 est impair, le rang est 14. Les effectifs cumulés 11 (note 10) puis 19 (note 12) encadrent 14 : la médiane est **12**.
- Q1 : 27/4 = 6,75, donc le rang 7. L'effectif cumulé de la note 10 est 11, supérieur ou égal à 7, et celui de la note 8 n'est que 5 : Q1 = **10**.
- Q3 : 3 × 27/4 = 20,25, donc le rang 21. Les effectifs cumulés 19 (note 12) puis 24 (note 14) encadrent 21 : Q3 = **14**.

On en déduit l'étendue 16 − 6 = 10 et l'**écart interquartile** Q3 − Q1 = 4. Écrit rapidement : « au moins 25 % des élèves ont 10 ou moins, au moins la moitié ont 12 ou moins, au moins 75 % ont 14 ou moins. »

Exemple original : des données brutes

Série de 11 valeurs rangées : 2 ; 4 ; 5 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11 ; 13 ; 14 ; 16 ; 20. La médiane est la sixième valeur : 9. Pour Q1, 11/4 = 2,75 donc le rang 3 : Q1 = 5. Pour Q3, 3 × 11/4 = 8,25 donc le rang 9 : Q3 = 14. Avec une autre méthode (en interpolant entre deux valeurs, comme certains tableurs), on trouverait ici Q1 = 6 et Q3 = 13,5 : c'est pourquoi la convention doit être indiquée.

> **ERREUR FRÉQUENTE**
>
> **Erreur fréquente.** Prendre le rang N/4 sans l'arrondir à l'entier supérieur, ou confondre la valeur d'un rang avec le rang lui-même. Un quartile est une **valeur de la série**, pas un rang ni un effectif cumulé. Autre confusion courante : lire la médiane au milieu de la liste des modalités du tableau (le milieu de 6, 8, 10, 12, 14, 16) au lieu de la chercher avec les effectifs cumulés.

La boîte à moustaches

> **DÉFINITION**
>
> Une **boîte à moustaches** représente cinq valeurs de position sur un axe gradué : le minimum, Q1, la médiane, Q3 et le maximum. La **boîte** est le rectangle qui va de Q1 à Q3, traversé d'un trait à la médiane. Les **moustaches** sont deux segments qui joignent la boîte au minimum et au maximum.

Pour la série des 27 notes : minimum 6, Q1 = 10, médiane 12, Q3 = 14, maximum 16. La boîte occupe la zone de 10 à 14, avec un trait à 12 ; les moustaches vont de 6 à 10 et de 14 à 16.

Les deux extrémités des moustaches sont ici le minimum et le maximum de la série (choix du hub ; d'autres conventions existent). Une boîte à moustaches ne donne ni la moyenne ni l'effectif : deux séries d'effectifs différents peuvent avoir la même boîte.

Lire et interpréter

- **La boîte** contient les valeurs centrales : au moins la moitié des valeurs de la série sont entre Q1 et Q3 (ici, au moins 14 élèves sur 27 ont entre 10 et 14).
- **L'écart interquartile** Q3 − Q1 mesure la dispersion des valeurs centrales ; il n'est pas influencé par les valeurs extrêmes, contrairement à l'étendue.
- **Comparer deux séries** : on compare les médianes (le niveau) et la largeur de la boîte et des moustaches (la dispersion).

EXEMPLE

Deux classes ont la même médiane, 12, à un test. La classe A a pour valeurs de position 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 et la classe B 4 ; 9 ; 12 ; 15 ; 19. Le niveau central est le même ; la classe B est plus dispersée (étendue 15 contre 8, écart interquartile 6 contre 4).

Pour une phrase d'interprétation correcte, on écrit « au moins un quart des élèves a obtenu 10 ou moins » et non « un quart des élèves a obtenu exactement 10 ». On évite aussi de dire qu'un trait de boîte « représente 50 % des élèves » sans préciser « au moins ».

Quand on ajoute une valeur extrême, l'étendue change beaucoup, la médiane et les quartiles peu : c'est l'une des raisons d'utiliser ces indicateurs (le programme de quatrième demande déjà d'observer l'évolution de la médiane et de la moyenne avec une valeur extrême).

Méthode de rédaction

MÉTHODE

1. Calculer les effectifs cumulés croissants et vérifier que le dernier est l'effectif total.
2. Calculer les rangs (N/2 ou les deux rangs du milieu, N/4 et 3N/4 arrondi à l'entier supérieur).
3. Lire la valeur correspondante avec les effectifs cumulés.
4. Conclure par une phrase : « Le premier quartile est 10 : au moins 25 % des élèves ont obtenu 10 ou moins. »

Erreurs fréquentes

- Calculer les effectifs cumulés **décroissants** ou non cumulés au lieu des cumulés croissants.
- Prendre la moyenne des valeurs au lieu de la médiane, ou la valeur du milieu de la liste des modalités sans tenir compte des effectifs.
- Donner un **rang ou un effectif** au lieu d'une valeur de la série pour les quartiles.
- Confondre l'étendue (maximum − minimum) et l'écart interquartile (Q3 − Q1).
- Croire que la boîte contient « exactement 50 % » des données dans tous les cas.

Pour aller plus loin

Ces indicateurs prolongent la moyenne, la médiane et l'étendue : le programme de seconde les reprend pour comparer des distributions. Les fréquences cumulées se traitent comme des pourcentages : 25 %, 50 % et 75 % sont les seuils des quartiles.

À RETENIR

- Effectif cumulé croissant : somme des effectifs jusqu'à la valeur ; le dernier est l'effectif total.
- Q1 : valeur de rang N/4 (arrondi supérieur) ; médiane : valeur du milieu ; Q3 : valeur de rang 3N/4 (arrondi supérieur).
- Boîte à moustaches : minimum, Q1, médiane, Q3, maximum ; la boîte va de Q1 à Q3.
- Écart interquartile = Q3 − Q1 ; étendue = maximum − minimum.
- Un quartile est une valeur de la série et s'interprète avec « au moins ».

Sources

1. Programme de mathématiques du cycle 4 (annexe 2 de l'arrêté du 18 février 2026, BO n° 10 du 5 mars 2026), « Organisation et gestion de données et probabilités », « Statistiques », troisième, objectifs d'apprentissage : calculer des effectifs cumulés croissants ; donner les quartiles et la médiane d'une série donnée sous forme de tableau d'effectifs ou de diagramme en barres ; construire et utiliser des boites à moustache pour représenter les valeurs de position d'une série statistique ; comprendre et interpréter des données statistiques, consulté le 05/11/2026
2. Programme de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique (arrêté du 26 février 2026, NOR MENE2602914A, BO n° 14 de 2026), « Statistiques et probabilités », « Statistiques » : calculer et interpréter des indicateurs statistiques (moyenne, médiane, quartiles) ; comparer des distributions à l'aide de boites à moustaches ; rappel des acquis (moyenne, médiane, quartiles, étendue ; diagramme en barres, diagrammes circulaires, boites à moustaches), consulté le 05/11/2026
3. Arrêté du 17 avril 2025 fixant les modalités d'organisation des concours de recrutement de professeurs des écoles (NOR MENH2511180A), art. 18, A, 1° (partie mathématiques de la première épreuve d'admissibilité : « plusieurs exercices ou problèmes »), consulté le 05/11/2026

Rédigée le 05/11/2026, vérifiée par un second relecteur le 05/11/2026.
