Le théorème de Pythagore, sa réciproque et sa contraposée

Fiche de révision CRPE · 9 min de lecture · Programme de mathématiques du cycle 4 (BO n° 10 du 5 mars 2026), « Espace et géométrie », « Triangles » : quatrième (objectifs) et troisième (automatismes)

Calculer une longueur dans un triangle rectangle, puis prouver qu'un triangle est rectangle ou qu'il ne l'est pas : la logique de la réciproque et de la contraposée, au niveau du cycle 4.

Ce que le jury attend

La partie mathématiques de la première épreuve écrite comprend « plusieurs exercices ou problèmes » et évalue la connaissance des notions du programme, leur mobilisation et l'expression écrite (arrêté du 17 avril 2025, art. 18, A, 1°). Le théorème de Pythagore sert à calculer des longueurs et à justifier qu'un triangle est rectangle. Un candidat doit donc savoir dans quel sens utiliser l'énoncé, citer la propriété employée et rédiger la conclusion.

Ce que dit le programme

En quatrième, le programme demande de connaître le théorème de Pythagore, sa réciproque et sa contraposée, et de mener un travail de logique sur la réciproque et la contraposée (« Triangles », quatrième). Il demande aussi de caractériser un triangle rectangle à l'aide de son cercle circonscrit, de déterminer le centre de ce cercle, et de construire des rectangles sans équerre.

En troisième, l'élève écrit l'égalité de Pythagore dans un triangle rectangle et utilise la propriété du triangle rectangle et de son cercle circonscrit (« Triangles », troisième, automatismes).

Le théorème

> **DÉFINITION**
>
> **Théorème de Pythagore.** Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

Si le triangle ABC est rectangle en B, l'hypoténuse est [AC] et l'égalité s'écrit : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Exemple original : calcul de l'hypoténuse

Un triangle ABC est rectangle en B, avec AB = 6 cm et BC = 8 cm. On calcule $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. Comme AC est positive, $AC = \sqrt{100} = 10$ cm.

EXEMPLE

Pour calculer un côté de l'angle droit, on soustrait : si l'hypoténuse mesure 13 cm et un côté de l'angle droit 5 cm, l'autre côté vérifie $13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, donc il mesure $\sqrt{144} = 12$ cm.

ERREUR FRÉQUENTE

Erreur fréquente. Oublier de prendre la racine carrée à la fin, ou additionner les carrés au lieu de les soustraire quand on cherche un côté de l'angle droit. L'hypoténuse est toujours le côté le plus long du triangle rectangle.

La réciproque

DÉFINITION

Réciproque. La réciproque d'une propriété « si P alors Q » est « si Q alors P ». La réciproque d'une propriété vraie n'est pas forcément vraie.

La réciproque du théorème de Pythagore est la suivante : si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

Exemple original

Un triangle a pour côtés 5 cm, 12 cm et 13 cm. Le plus grand côté est 13 cm. On compare $13^2 = 169$ et $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$. Les deux nombres sont égaux, donc le triangle est rectangle. L'angle droit est opposé au côté de 13 cm.

Cette méthode permet de construire un rectangle sans équerre : on trace des segments de longueurs 3 cm, 4 cm et 5 cm, dont le carré du côté le plus long est égal à la somme des carrés des deux autres ($25 = 9 + 16$). La construction donne donc un triangle rectangle.

La contraposée

DÉFINITION

Contraposée. La contraposée de « si P alors Q » est « si non Q alors non P ». Si une propriété est vraie, sa contraposée est vraie aussi.

La contraposée du théorème de Pythagore s'énonce : si, dans un triangle, le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.

À RETENIR

- Théorème : triangle rectangle $\Longrightarrow$ égalité des carrés.
- Réciproque : égalité des carrés $\Longrightarrow$ triangle rectangle.
- Contraposée : égalité des carrés non vérifiée $\Longrightarrow$ triangle non rectangle.
- La réciproque doit être démontrée séparément ; la contraposée, elle, découle directement du théorème.

Exemple original : un triangle qui n'est pas rectangle

Un triangle a pour côtés 4 cm, 5 cm et 6 cm. Le plus grand côté est 6 cm. On compare $6^2 = 36$ et $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$. Les deux nombres sont différents : le triangle n'est pas rectangle.

ERREUR FRÉQUENTE

Erreur fréquente. Comparer le carré d'un côté quelconque, et non celui du plus grand côté, avec la somme des carrés des deux autres. Le test se fait toujours sur le plus grand côté, sans quoi on peut conclure à tort qu'un triangle est rectangle.

Cercle circonscrit et triangle rectangle

Un triangle rectangle est inscrit dans un cercle dont le diamètre est son hypoténuse. Le centre de ce cercle est donc le milieu de l'hypoténuse. Réciproquement, un triangle inscrit dans un demi-cercle dont le diamètre est un de ses côtés est rectangle.

EXEMPLE

Dans le triangle ABC rectangle en B de l'exemple ci-dessus, [AC] mesure 10 cm. Le centre du cercle circonscrit est le milieu de [AC], à 5 cm de A et à 5 cm de C.

Méthode de rédaction

Un exercice sur ce théorème se rédige en trois temps : on énonce la propriété utilisée avec son nom, on pose le calcul, puis on conclut.

MÉTHODE

Pour calculer un côté : « Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $AC^2 = 100$ et $AC = 10$ cm. »

Pour prouver qu'un triangle est rectangle : « Le plus grand côté est [AC] = 13 cm. On a $AC^2 = 169$ et $AB^2 + BC^2 = 169$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B. »

Pour prouver qu'un triangle n'est pas rectangle : « On a $AC^2 = 36$ et $AB^2 + BC^2 = 41$. Ces nombres sont différents. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle. »

Erreurs fréquentes

- **Appliquer le théorème à un triangle quelconque** sans savoir qu'il est rectangle. Le théorème ne s'utilise qu'une fois l'angle droit établi.
- **Confondre le théorème et sa réciproque** : on part de l'angle droit pour le théorème, de l'égalité des carrés pour la réciproque.
- **Oublier les unités** : les longueurs sont en cm, les carrés en cm^2.

Pour aller plus loin

Le théorème de Pythagore sert aussi à calculer une longueur utile pour une aire. La droite des milieux et le théorème de Thalès utilisent un raisonnement voisin, fondé sur des rapports de longueurs ; la proportionnalité en donne la base de calcul.

À RETENIR

- Théorème : dans un triangle rectangle, hypoténuse² = somme des carrés des deux autres côtés.
- Réciproque : si le carré du plus grand côté est égal à la somme des deux autres carrés, le triangle est rectangle.
- Contraposée : si ces carrés ne sont pas égaux, le triangle n'est pas rectangle.
- Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse.

Sources

1. Programme de mathématiques du cycle 4 (annexe 2 de l'arrêté du 18 février 2026, BO n° 10 du 5 mars 2026), « Espace et géométrie », « Triangles » : quatrième (objectifs : théorème de Pythagore, sa réciproque, sa contraposée ; logique sur la réciproque et la contraposée ; caractérisation du triangle rectangle par son cercle circonscrit ; centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle ; construction de rectangles sans équerre) et

troisième (automatismes : égalité de Pythagore dans un triangle rectangle), consulté le 03/11/2026

2. Arrêté du 17 avril 2025 fixant les modalités d'organisation des concours de recrutement de professeurs des écoles (NOR MENH2511180A), art. 18, A, 1° (partie mathématiques de la première épreuve d'admissibilité : « plusieurs exercices ou problèmes »), consulté le 03/11/2026

Rédigée le 03/11/2026, vérifiée par un second relecteur le 07/11/2026.

---

travail-industrie.com · CRPE · document de révision indépendant, sans lien avec l'Éducation nationale ; il ne remplace pas les textes de référence.
Fiche en ligne : https://travail-industrie.com/concours/crpe/mathematiques/theoreme-de-pythagore · Quiz de la notion : https://travail-industrie.com/nos-formations-en-ligne/quizz/crpe-mathematiques-theoreme-de-pythagore
Généré le 09/11/2026.