Le théorème de Thalès et la droite des milieux

Fiche de révision CRPE · 9 min de lecture · Programme de mathématiques du cycle 4 (BO n° 10 du 5 mars 2026), « Espace et géométrie », « Triangles » : quatrième (droite des milieux) et troisième (théorème de Thalès)

Calculer une longueur avec la droite des milieux ou le théorème de Thalès, prouver que des droites sont parallèles, et rédiger l'égalité des rapports : la méthode à l'écrit de mathématiques.

Ce que le jury attend

La partie mathématiques de la première épreuve écrite comprend « plusieurs exercices ou problèmes » et évalue la connaissance des notions du programme, leur mobilisation et l'expression écrite (arrêté du 17 avril 2025, art. 18, A, 1°). Le théorème de Thalès et la droite des milieux servent à calculer des longueurs et à prouver que des droites sont parallèles. Un candidat doit donc reconnaître la configuration, écrire les rapports dans le bon ordre et justifier la conclusion.

Ce que dit le programme

En quatrième, le programme demande de connaître les trois théorèmes relatifs à la droite des milieux dans un triangle (« Triangles », quatrième). En troisième, il demande de l'utiliser pour prouver que des droites sont parallèles, pour calculer une longueur et pour prouver qu'un point est le milieu d'un côté (« Triangles », troisième, automatismes). Il demande aussi de connaître et d'appliquer le théorème de Thalès, sa réciproque et sa contraposée, dans les configurations des triangles emboîtés et du papillon (« Triangles », troisième).

La droite des milieux

> **DÉFINITION**
>
> **Droite des milieux.** Dans un triangle ABC, si M est le milieu de [AB] et N le milieu de [AC], alors la droite (MN) est la droite des milieux relative au côté [BC].

Les trois théorèmes de la droite des milieux sont les suivants.

1. La droite (MN) est parallèle à la droite (BC).
2. La longueur MN est égale à la moitié de la longueur BC.
3. Réciproquement, la droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un deuxième côté passe par le milieu du troisième côté.

Le programme demande de connaître « les trois théorèmes relatifs à la droite des milieux » sans en détailler les énoncés. Les trois énoncés ci-dessus sont les connaissances mathématiques de référence (formulation usuelle, choix du hub) et ne sont pas extraits du programme.

Exemple original

Dans un triangle ABC, M est le milieu de [AB] et N le milieu de [AC]. On donne BC = 10 cm. Alors (MN) est parallèle à (BC) et MN = 10 ÷ 2 = 5 cm.

Dans le même triangle, si MN = 4,5 cm, alors BC = 2 × 4,5 = 9 cm.

> **ERREUR FRÉQUENTE**
>
> **Erreur fréquente.** Affirmer que MN = BC sans avoir vérifié que M et N sont les milieux. Le résultat « moitié » ne vaut que pour ces deux points.

Le théorème de Thalès

> **DÉFINITION**
>
> **Théorème de Thalès.** Soient deux droites sécantes en un point A. Si deux droites parallèles coupent la première en B et D, et la seconde en C et E, alors les rapports AB/AD, AC/AE et BC/DE sont égaux. Chaque rapport suit l'ordre des points sur les droites sécantes.

Dans la **configuration des triangles emboîtés**, les points B et D sont sur une même demi-droite issue de A, et C et E aussi. Si (BC) est parallèle à (DE), on écrit :

AB/AD = AC/AE = BC/DE.

Dans la **configuration du papillon**, les points B et D sont de part et d'autre de A, et de même pour C et E. Si (BC) est parallèle à (DE), on écrit :

AB/AD = AC/AE = BC/DE.

Dans les deux cas, l'ordre des lettres dans chaque rapport suit l'ordre des points sur les droites.

> **MÉTHODE**
>
> Pour calculer une longueur :
>
> 1. Identifier les deux droites sécantes, et vérifier que les parallèles sont données.
> 2. Écrire les rapports égaux dans l'ordre des points.
> 3. Remplacer les longueurs connues.
> 4. Résoudre l'égalité et écrire le résultat avec son unité.

Exemple original : triangles emboîtés

Le point B est sur [AD], avec AB = 4 cm et AD = 10 cm. Le point C est sur [AE]. On sait que (BC) est parallèle à (DE) et que BC = 3 cm. On écrit AB/AD = BC/DE, soit 4/10 = 3/DE. Donc DE = 3 × 10 ÷ 4 = 7,5 cm.

Exemple original : configuration du papillon

Les droites (BD) et (CE) se coupent en A, qui est situé entre B et D et entre C et E. On a AB = 6 cm, AD = 9 cm et AC = 8 cm. Si (BC) est parallèle à (DE), alors AC/AE = AB/AD, soit 8/AE = 6/9. Donc AE = 8 × 9 ÷ 6 = 12 cm.

ERREUR FRÉQUENTE

Erreur fréquente. Mélanger les rapports, par exemple écrire BC/DE = AB/BD au lieu de BC/DE = AB/AD. Pour comparer le petit triangle au grand, chaque rapport met en regard une longueur du petit triangle (AB, AC, BC) et la longueur correspondante du grand (AD, AE, DE), dans l'ordre des points.

La réciproque et la contraposée

La réciproque du théorème de Thalès permet de prouver que deux droites sont parallèles : si les points sont alignés dans le même ordre et si les rapports sont égaux, alors les droites sont parallèles.

La contraposée s'énonce : si les rapports ne sont pas égaux, les droites ne sont pas parallèles.

EXEMPLE

Dans des triangles emboîtés, on a AB = 4 cm, AD = 6 cm, AC = 6 cm et AE = 9 cm. On compare AB/AD = 4/6 = 2/3 et AC/AE = 6/9 = 2/3. Les rapports sont égaux, les points sont alignés dans le même ordre : d'après la réciproque du théorème de Thalès, (BC) et (DE) sont parallèles.

Si l'on avait AC = 7 cm au lieu de 6 cm, on aurait AC/AE = 7/9, qui n'est pas égal à 2/3 : d'après la contraposée, les droites ne seraient pas parallèles.

À RETENIR

- Droite des milieux : MN = BC ÷ 2 et (MN) ∥ (BC).
- Thalès : les rapports correspondants sont égaux dans l'ordre des points alignés.
- Pour appliquer Thalès, il faut d'abord établir que les droites sont parallèles, ou le démontrer par la réciproque.
- La contraposée sert à prouver que des droites ne sont pas parallèles.

Erreurs fréquentes

- **Utiliser Thalès sans parallélisme** : on ne peut écrire l'égalité des rapports que si les droites sont parallèles, ou si on le démontre.
- **Oublier l'ordre des points** : dans AB/AD, le point B précède D sur la droite.
- **Confondre la droite des milieux et Thalès** : la droite des milieux est un cas particulier où les rapports valent 1/2.
- **Oublier les unités** dans le résultat.

Pour aller plus loin

Le théorème de Thalès est un outil de calcul de longueurs, comme le théorème de Pythagore, qui en est un autre (voir la fiche sur le théorème de Pythagore). Il repose sur la notion de rapport et de proportionnalité (voir la fiche sur la proportionnalité) : les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles. Les longueurs ainsi calculées servent ensuite au calcul d'aires (voir la fiche sur les aires et les périmètres).

> **À RETENIR**
>
> - Droite des milieux : la droite joignant les milieux de deux côtés est parallèle au troisième, et sa longueur est la moitié de celle du troisième côté.
> - Thalès (triangles emboîtés et papillon) : AB/AD = AC/AE = BC/DE, les points étant alignés dans l'ordre indiqué.
> - La réciproque donne le parallélisme ; la contraposée prouve qu'il n'y a pas parallélisme.

Sources

1. Programme de mathématiques du cycle 4 (annexe 2 de l'arrêté du 18 février 2026, BO n° 10 du 5 mars 2026), « Espace et géométrie », « Triangles » : quatrième (objectif : connaître les trois théorèmes relatifs à la droite des milieux dans un triangle) ; troisième (automatismes : utiliser la droite des milieux pour prouver que des droites sont parallèles, pour calculer une longueur, pour prouver qu'un point est le milieu d'un côté ; objectif : connaître et appliquer le théorème de Thalès, sa réciproque, sa contraposée, configurations des triangles emboîtés et du papillon), consulté le 03/11/2026
2. Arrêté du 17 avril 2025 fixant les modalités d'organisation des concours de recrutement de professeurs des écoles (NOR MENH2511180A), art. 18, A, 1° (partie mathématiques de la première épreuve d'admissibilité : « plusieurs exercices ou problèmes »), consulté le 03/11/2026

Rédigée le 03/11/2026, vérifiée par un second relecteur le 07/11/2026.